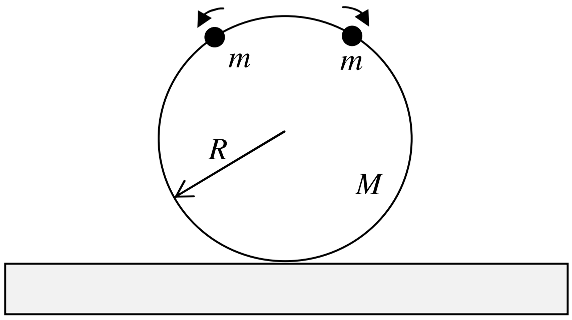
Soal-Jawab Fisika Teori
OSN 2013
Bandung, 4 September 2013

1. (**17 poin**) Dua manik-manik masing-masing bermassa m dan dianggap benda titik terletak di atas lingkaran kawat licin bermassa M dan berjari-jari R. Kawat lingkaran berdiri vertikal pada lantai. Manik-manik diberi usikan kecil, dan mereka tergelincir ke bawah pada kawat tersebut, satu ke kanan dan yang satu lagi ke kiri (lihat gambar). Agar kawat lingkaran tersebut terangkat dari lantai oleh gerakan manik-manik tersebut, hitung:



   a. besarnya sudut θ (pada saat kawat lingkaran mulai terangkat)
   b. gaya maksimum dari kedua manik-manik terhadap kawat (nyatakan dalam m dan g)
   c. nilai m/M terkecil

Solusi

a- Bila θ adalah sudut yang telah ditempuh manik-manik ketika jatuh, dan N adalah gaya normal dari kawat pada manik-manik, dengan arah menuju pusat lingkaran dibuat positif. Maka persamaan Hukum Newton ke dua untuk manik-manik adalah

$$N + mg\cos\theta = \frac{mv^2}{R} \qquad \textbf{(1 poin)} \qquad (1)$$

Beda ketinggian manik-manik setelah terjatuh menempuh sudut θ adalah $R - R\cos\theta$, sehingga dari kekekalan energi kita dapatkan:

$$\frac{mv^2}{2} = mgR(1-\cos\theta) \quad \Rightarrow \quad v^2 = 2gR(1-\cos\theta) \qquad \textbf{(1 poin)} \qquad (2)$$

Dengan memasukkan nilai kecepatan dari pers. (2) ke pers. (1), akan diperoleh

$$
\begin{aligned}
N &= \frac{mv^2}{R} - mg\cos\theta \\
&= 2mg(1-\cos\theta) - mg\cos\theta \\
&= mg(2-3\cos\theta) \qquad \textbf{(1 poin)}
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Dari hukum Newton ke tiga, gaya normal ini sama dengan gaya dari manik-manik terhadap kawat, yang berarah ke luar lingkaran, yang akan menarik kawat keluar lingkaran.

Karena ada dua manik-manik, total gaya ke atas pada kawat dari manik-manik adalah

$$
N_t = 2N\cos\theta = 2mg(2-3\cos\theta)\cos\theta \qquad \textbf{(1 poin)} \tag{4}
$$

Nilai θ yang menghasilkan besar gaya ke atas maksimum diperoleh dengan menderivatifkan pers. (4) terhadap θ, yang menghasilkan

$$
\begin{aligned}
0 &= \frac{d}{d\theta}\left(2\cos\theta - 3\cos^2\theta\right) \qquad \textbf{(1 poin)} \\
&= -2\sin\theta + 6\sin\theta\cos\theta.
\end{aligned}
\tag{5}
$$

Oleh karena itu, nilai maksimum dicapai ketika

$$
\cos\theta = 1/3 \qquad \text{atau} \qquad \theta = 70{,}5^{\circ} \qquad \textbf{(2 poin)}
$$

b- Jika nilai ini dimasukan dalam pers. (4) diperoleh besar gaya total ke atas sebesar

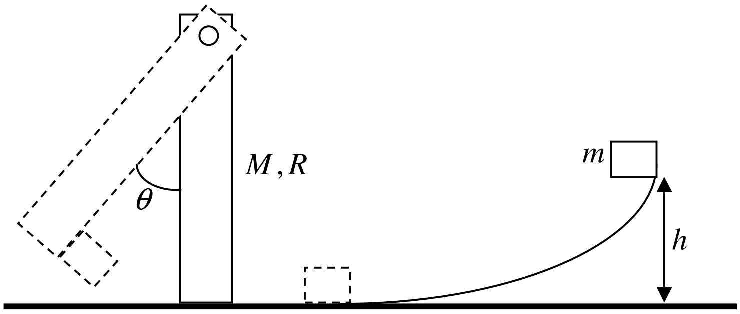
$$
N_t = 2mg\left(2-3\left(\frac{1}{3}\right)\right)\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2mg}{3} \qquad \textbf{(4 poin)} \tag{6}
$$

c- Lingkaran kawat akan terangkat dari lantai jika nilai gaya maksimum ke atas ini lebih besar dari berat lingkaran kawat tersebut. Jadi akan diperoleh

$$
\therefore \ \frac{2mg}{3} > Mg \qquad \textbf{(3 poin)}
$$

$$
\Rightarrow \quad \frac{m}{M} > \frac{3}{2} \qquad \textbf{(3 poin)} \tag{7}
$$

2. (**15 poin**) Partikel bermassa m meluncur ke bawah dari permukaan licin dan menumbuk batang seragam yang bermassa M dan panjangnya L. Partikel m kemudian lengket pada batang (lihat gambar). Batang dipasak pada titik O dan berotasi menempuh sudut θ sebelum akhirnya berhenti. Tentukan (nyatakan dalam besaran-besaran seperti tampak pada gambar):
   a. kecepatan sudut rotasi batang
   b. besarnya sudut θ yang ditempuh batang



Solusi:

a- Dari hukum kekekalan energi pada partikel bermassa m, diperoleh:

E_g (energi potensial yang dilepaskan) = E_k (energi kinetik tepat sebelum tumbukan) **(1 poin)**

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{sehingga}$$

kecepatan m menumbuk batang $v = \sqrt{2gh}$ **(1 poin)** (1)

Momentum sudut kekal selama tumbukan, L = L' sehingga: **(1 poin)**

$$L = mvr = mR\sqrt{2gh} \qquad \textbf{(1 poin)} \qquad (2)$$

$$L' = \left(I_p + I_b\right)\omega_0 = \left(mR^2 + \tfrac{1}{3}MR^2\right)\omega_0 \qquad \textbf{(1 poin)} \qquad (3)$$

Karena $L = L'$ maka diperoleh:

$$\omega_0 = \frac{mR\sqrt{2gh}}{\frac{1}{3}MR^2 + mR^2} \qquad \textbf{(1 poin)} \qquad (4)$$

Kecepatan sudut ω sebagai fungsi sudut:

Cara 1:

$E_0 = E'$ **(1 poin)**

$\frac{1}{2}\left(I_p + I_b\right)\omega_0'^2 = mgR(1-\cos\gamma) + Mg\,\frac{1}{2}R(1-\cos\gamma) + \frac{1}{2}\left(I_p + I_b\right)\omega^2$ **(1 poin)**

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}MR^2 + mR^2\right)\omega^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}MR^2 + mR^2\right)\omega_0^2 - \left(mgR + \frac{1}{2}MgR\right)(1-\cos\gamma)$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \frac{gR(1-\cos\gamma)(2m+M)}{\left(\frac{1}{3}MR^2 + mR^2\right)}$$

$\therefore\ \omega^2 = \omega_0^2 - \dfrac{2g\left(m + \frac{1}{2}M\right)}{R\left(\frac{1}{3}M + m\right)}(1-\cos\gamma)$ **(1 poin)**

Cara 2:

$\sum \tau = I\alpha$ **(1 poin)**

$$-mgR\sin\gamma - \frac{1}{2}MgR\sin\gamma = \left(\frac{1}{3}MR^2 + MR^2\right)\alpha$$

$$-gR\sin\gamma\left[m + \frac{1}{2}M\right] = R^2\alpha\left(\frac{1}{3}MR^2 + mR^2\right)\alpha$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \alpha = -\frac{g}{R}\frac{\left(m + \frac{1}{2}M\right)}{\left(\frac{1}{3}M + m\right)}\sin\gamma$$

$$\frac{d\omega}{d\gamma}\omega = -\frac{g}{R}\frac{\left(m + \frac{1}{2}M\right)}{\left(\frac{1}{3}M + m\right)}\sin\gamma\,d\gamma$$

$\int_{\omega_0}^{\omega}\omega d\omega = -\dfrac{g}{R}\dfrac{\left(m + \frac{1}{2}M\right)}{\left(\frac{1}{3}M + m\right)}\int_0^{\gamma}\sin\gamma d\gamma$ **(1 poin)**

$$\frac{1}{2}\left(\omega^2 - \omega_0^2\right) = \frac{g}{R}\frac{\left(m + \frac{1}{2}M\right)}{\left(\frac{1}{3}M + m\right)}(1-\cos\gamma)$$

$\therefore\ \omega^2 = \omega_0^2 - \dfrac{2g}{R}\dfrac{\left(m + \frac{1}{2}M\right)}{\left(\frac{1}{3}M + m\right)}(1-\cos\gamma)$ **(1 poin)** b- Energi kinetik setelah tumbukan (E_k') sama dengan energi potensial system (E_g') pada sudut θ, $E_k' = E_g'$, sehingga **(1 poin)**

$$E_k' = \tfrac{1}{2}(I_p + I_b)\omega^2 = \tfrac{1}{2}(mR^2 + \tfrac{1}{3}MR^2)\frac{m^2R^2(2gh)}{(mR^2 + \tfrac{1}{3}mR^2)^2} = \frac{3m^2gh}{M+3m} \quad \textbf{(2 poin)} \quad (5)$$

$$E_g' = mg(R - R\cos\theta) + Mg(\tfrac{1}{2}R - \tfrac{1}{2}R\cos\theta) \quad \textbf{(2 poin)} \quad (6)$$

Dari pers. (5) dan (6)

$$2E_k' = 2E_g'$$

$$\frac{6m^2gh}{M+3m} = 2mgR + MgR - 2mgR\cos\theta - MgR\cos\theta$$

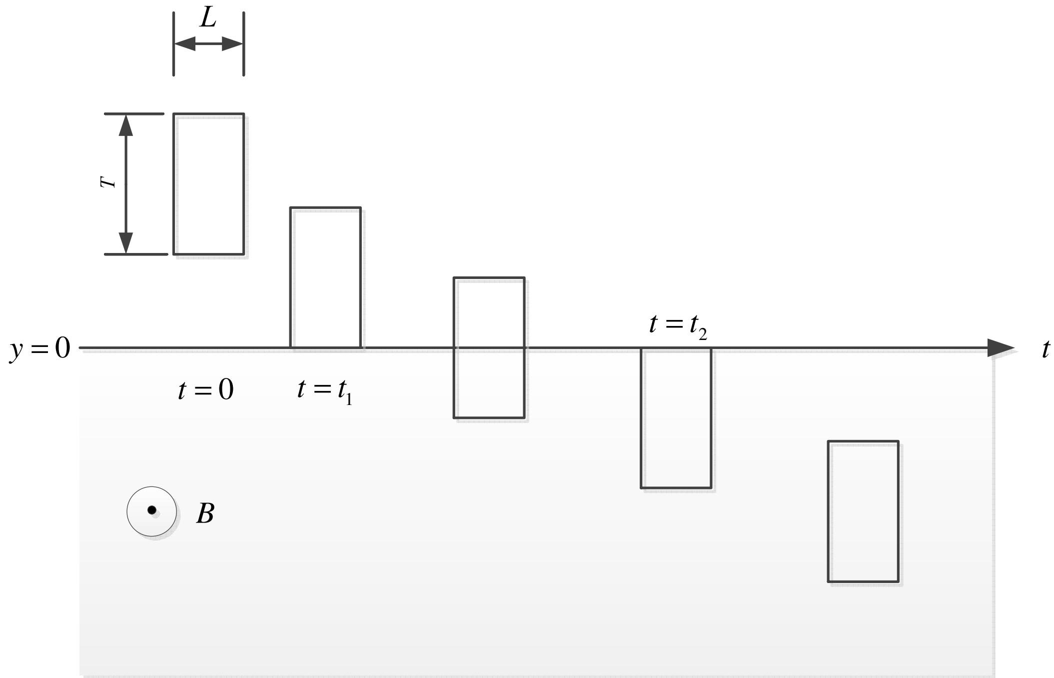
$$2mgR + MgR - \frac{6m^2gh}{M+3m} = (2mgR + MgR)\cos\theta \quad (7)$$

$$1 - \frac{6m^2gh}{(M+3m)(2mgR + MgR)} = \cos\theta \quad \textbf{(2 poin)}$$

Dari pers. (7) diperoleh:

$$\therefore\ \theta = \cos^{-1}\left[1 - \frac{6m^2h}{(M+3m)(M+2m)R}\right] \quad (8)$$

3. (**20 poin**) Seutas kawat dibentuk menjadi loop tertutup berbentuk persegi panjang dengan ukuran tinggi = T dan lebar = L, bermassa m dan hambatannya R. Pada $t = 0$ lilitan kawat ini dijatuhkan dari ketinggian $y = h$ dihitung dari bidang batas antara yang tidak ada medan magnet ($y > 0$) dan yang ada medan magnet homogen ($y < 0$) dengan kecepatan awal $v_o = 0$ m/s. Pada saat $t = t_1$ lilitan kawat bagian bawah persis berada pada bidang batas $y = 0$. Untuk $y < 0$ ada medan magnet B dengan arah tegak lurus ke luar bidang gambar. Pada saat $t = t_2$ lilitan kawat bagian atas persis berada pada bidang batas $y = 0$. Hitung kecepatan gerak dari loop tertutup ini, pada saat:
   a. $0 \le t < t_1$,
   b. $t_1 \le t < t_2$ dan
   c. $t \ge t_2$.



Solusi

a. Untuk $0 \le t < t_1$:
   gerak jatuh bebas, maka $v(t) = gt$ **(2 poin)**
   Untuk $t = t_1$, maka $v_1 = gt_1 = \sqrt{2gh}$ **(3 poin)**

b. $t_1 \le t < t_2$, timbul GGL induksi pada loop kawat itu sebesar

$$V = -\frac{d\phi}{dt} = -B\frac{dA}{dt} = -BL\frac{dT}{dt} = -BLv(t)$$ **(2 poin)**

dengan ϕ : fluks magnet,

A : luas loop kawat,

B : medan magnet,

$v(t)$: kecepatan loop kawat.

(1 poin)

Sehingga timbul arus listrik di loop kawat itu yang **searah jarum jam** dan besarnya:

$$I = \frac{BLv(t)}{R}$$ **(1 poin)**

Gaya magnet yang terjadi pada loop kawat itu adalah: **(1 poin)**

$$F = BIL = -\frac{B^2L^2v(t)}{R}$$ (arahnya ke atas), **(1 poin)**

sehingga persamaan gerak kawat loop adalah: $m\frac{dv}{dt} = mg - \frac{B^2L^2v}{R}$ **(2 poin)**

Solusi dari persamaan gerak ini (dengan syarat batas $t = t_1 \rightarrow t$ dan $v = v_1 \rightarrow v$) **(1 poin)** adalah:

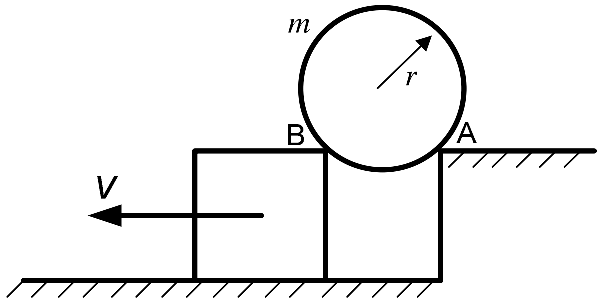
$$v = \frac{mgR}{B^2L^2} + \left(gt_1 - \frac{mgR}{B^2L^2}\right)\exp\left(-\frac{B^2L^2}{mR}(t - t_1)\right)$$ **(2 poin)**

(1 poin)

c. Untuk $t \ge t_2$, gaya yang mempengaruhi sistem ini adalah **gaya magnet dan gaya gravitasi**, sehingga kecepatannya menjadi:

$$v = \frac{mgR}{B^2L^2} + \left(gt_1 - \frac{mgR}{B^2L^2}\right)\exp\left(-\frac{B^2L^2}{mR}(t_2 - t_1)\right) + g(t - t_2)$$ **(3 poin)**

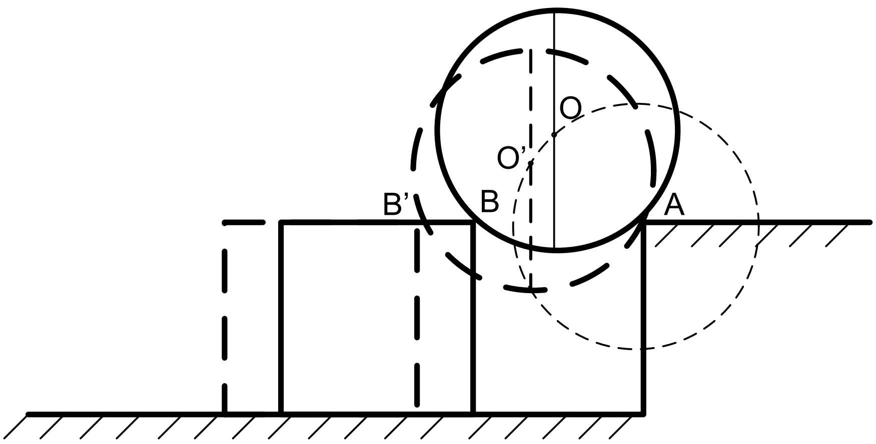
4. (**20 poin**) Sebuah silinder dengan massa m dan jari-jari r berada dalam keadaan diam, ditopang oleh sebuah balok seperti terlihat pada gambar. Kemudian balok ditarik sedemikian sehingga balok bergeser menjauhi silinder dengan laju konstan v. Asumsikan bahwa pada awalnya balok berada sangat dekat dengan dinding dan abaikan gesekan antara silinder dengan dinding dan dengan balok. Tentukan:



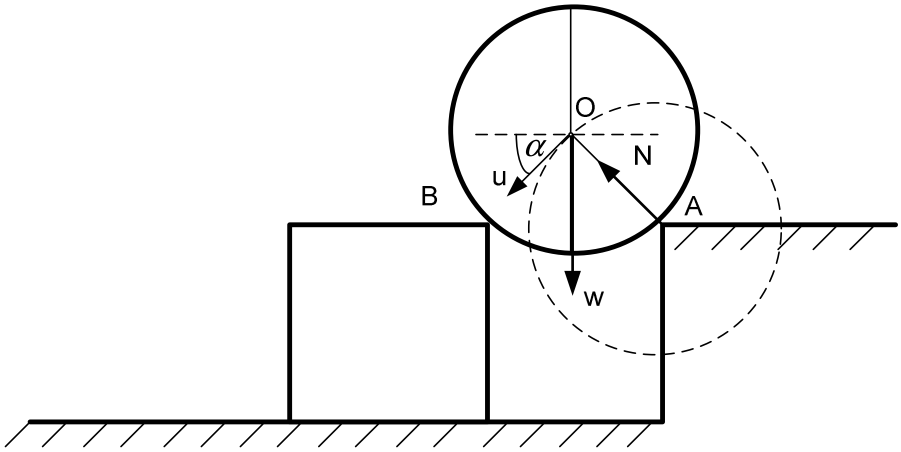
a. bentuk lintasan pusat massa silinder selama gerakannya terhadap titik A
b. syarat kecepatan v agar silinder tetap kontak dengan dinding ketika jarak antara titik A dan B adalah $r\sqrt{2}$
c. gaya yang diberikan dinding kepada silinder ketika jarak antara titik A dan B adalah $r\sqrt{2}$

Solusi:

a- Tinjau gambar dibawah ini



Selama silinder tetap kontak dengan dinding dan balok, maka sumbu silinder (garis yang melalui titik O, sumbu silinder) berada di tengah-tengah AB, sehingga akibatnya silinder memiliki kecepatan arah horizontal **sebesar** $v/2$. Jadi titik pusat silinder (titik O) bergerak dengan **lintasan lingkaran** terhadap titik A (lihat gambar diatas). **(5 poin)**



b- Karena titik pusat silinder (titik O) bergerak melingkar, maka kecepatan geraknya selalu tegak lurus terhadap garis OA = *r*. Misalkan suatu saat kecepatan geraknya adalah u dan membentuk sudut α terhadap horizontal, maka

$$u\cos\alpha = \frac{v}{2} \qquad \textbf{(2 poin)} \qquad (1)$$

Karena jarak $AB = r\sqrt{2}$, maka gaya kontak antara silinder dengan balok berarah tegak lurus terhadap garis OA. Gaya-gaya yang bekerja pada titik O (pada arah OA) adalah

$$mg\cos\alpha - N = \frac{mu^2}{r} \qquad (2)$$

atau

$$N = mg\cos\alpha - \frac{mu^2}{r} \qquad \textbf{(2 poin)} \qquad (3)$$

Ketika jarak $AB = r\sqrt{2}$, maka

$$\cos\alpha = \frac{r\sqrt{2}}{2r} = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \textbf{(1 poin)} \qquad (4)$$

Agar silinder kontak dengan dinding ketika $AB = r\sqrt{2}$, maka $N > 0$, sehingga

(1 poin)

$$mg\cos\alpha > \frac{mu^2}{r}$$

$$\frac{g}{\sqrt{2}} > \frac{v^2}{2r}$$ **(2 poin)** (5)

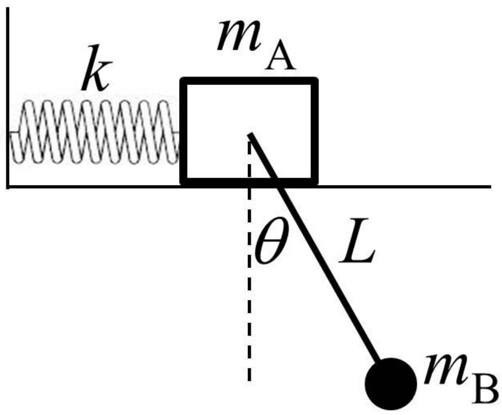
atau

$$v < \sqrt{gr\sqrt{2}}$$ **(3 poin)** (6)

c- Dan gaya kontaknya adalah

$$N = \frac{mg}{\sqrt{2}} - \frac{mv^2}{2r}$$ **(4 poin)** (7)

5. (**28 poin**) Sebuah benda bermassa m_A berada pada lantai licin dan dihubungkan dengan pegas tak bermassa (dengan konstanta pegas k) yang melekat pada tembok. Jarak m_A dengan tembok ketika pegas tak tertarik serta ketika pegas tertarik ke kanan berturut-turut adalah x_0 dan $x_0 + x$. Sebuah bandul terdiri dari batang tak bermassa dengan panjang L dan bola bandul dengan massa m_B. Jari-jari m_B jauh lebih kecil daripada L. Bandul tersebut terhubung pada m_A melalui sumbu licin. Sudut antara batang bandul dengan garis vertikal adalah θ. Percepatan gravitasi g mengarah ke bawah.



   a. Tuliskan dua persamaan gerak yang bekerja pada sistem tersebut untuk dua variabel x dan θ. Lakukan substitusi agar persamaan gerak tersebut tidak mengandung gaya tegang batang. Disini Anda jangan menggunakan asumsi sudut θ kecil.
   b. Untuk selanjutnya, gunakan asumsi sudut θ kecil. Tuliskan dua persamaan gerak tersebut.
   c. Tentukan perumusan kuadrat kecepatan sudut ω^2 untuk sistem tersebut. (Ambillah ilustrasi nilai ω^2 dinyatakan dalam bentuk g/L untuk harga $m_A = 2m_B$ dan $kL = m_A g$)

   Untuk pertanyaan (d) hingga (g) akan ditinjau kasus khusus dari perumusan ω^2 yang telah diperoleh dari (c). Kemudian berikan penjelasan dari makna fisis untuk bentuk ω^2 pada masing-masing kasus khusus berikut:

   d. jika tidak ada pegas (limit $k \to 0$)
   e. jika konstanta pegas sangat besar (limit $k \to \infty$)
   f. jika bola B tidak ada ($m_B = 0$)
   g. jika batang bandul tidak ada (limit $L \to 0$).

Solusi:

a. Diagram gaya sistem pegas dan bandul disajikan di bawah ini

Vektor **koordinat**, **kecepatan** dan **percepatan** pada A dan B:

A: $\mathbf{r}_A = (x_0 + x, 0) \rightarrow \dot{\mathbf{r}}_A = (\dot{x}, 0) \rightarrow \ddot{\mathbf{r}}_A = (\ddot{x}, 0)$

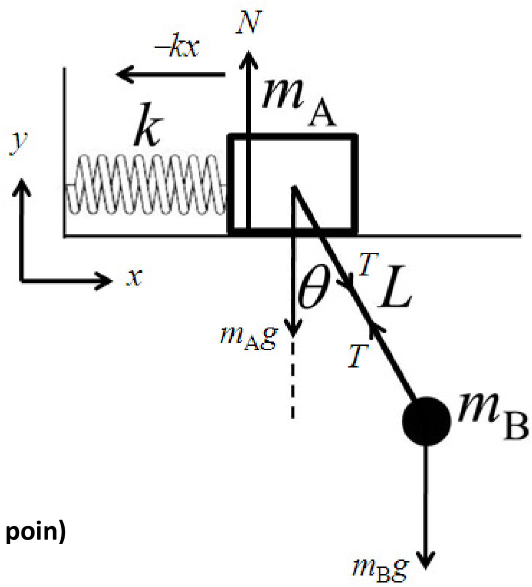
B: $\mathbf{r}_B = (x_0 + x + L\sin\theta, -L\cos\theta) \rightarrow \dot{\mathbf{r}}_B = (\dot{x} + L\dot{\theta}\cos\theta, L\dot{\theta}\sin\theta) \rightarrow$

$\ddot{\mathbf{r}}_B = (\ddot{x} + L(\ddot{\theta}\cos\theta - \dot{\theta}^2\sin\theta), L(\ddot{\theta}\sin\theta + \dot{\theta}^2\cos\theta))$

Gaya pada A dan B:

A: $\mathbf{F}_A = (T\sin\theta - kx, N - T\cos\theta - m_A g)$

B: $\mathbf{F}_B = (-T\sin\theta, T\cos\theta - m_B g)$



Persamaan gaya pada A:

Sumbu x: $T\sin\theta - kx = m_A\ddot{x}$ (1)

Sumbu y: $N - T\cos\theta - m_A g = 0$ (2)

(1 poin)

Persamaan gaya pada B:

Sumbu x:

$-T\sin\theta = m_B(\ddot{x} + L(\ddot{\theta}\cos\theta - \dot{\theta}^2\sin\theta))$ (3)

Sumbu y:

$T\cos\theta - m_B g = m_B L(\ddot{\theta}\sin\theta + \dot{\theta}^2\cos\theta)$ (4)

(1 poin)

Dengan menjumlahkan persamaan (1) dan (3) diperoleh

$$\boxed{(m_A + m_B)\ddot{x} + m_B L\left(\ddot{\theta}\cos\theta - \dot{\theta}^2\sin\theta\right) + kx = 0}$$ **(1 poin)** (5)

Penjumlahan dari persamaan (3) × $\cos\theta$ dan persamaan (4) × $\sin\theta$ akan menghasilkan bentuk yang dapat disederhanakan menjadi

$$\boxed{\ddot{x}\cos\theta + L\ddot{\theta} + g\sin\theta = 0}$$ **(1 poin)** (6)

b. Jika θ kecil maka $\cos\theta \approx 1$, $\sin\theta \approx \theta$ dan $\dot{\theta}^2 \approx 0$. Persamaan (5) dan (6) masing-masing menjadi

$$\boxed{(m_A + m_B)\ddot{x} + m_B L\ddot{\theta} + kx = 0}$$ **(1 poin)** (7)

$$\boxed{\ddot{x} + L\ddot{\theta} + g\theta = 0}$$ **(1 poin)** (8)

c. Dengan asumsi x dan θ mengalami osilasi kecil dengan frekuensi sudut ω maka $x \propto e^{i\omega t} \rightarrow \ddot{x} \propto -\omega^2 x$ dan $\theta \propto e^{i\omega t} \rightarrow \ddot{\theta} \propto -\omega^2 \theta$. **(1 poin)**

Persamaan (7) dan (8) menjadi:

$$[k-(m_A+m_B)\omega^2]x - m_B\omega^2 L\theta = 0 \qquad (9)$$

$$-\omega^2 x + (g-\omega^2 L)\theta = 0 \qquad (10)$$

(1 poin)

Persamaan (9) dan (10) dapat disusun dalam bentuk matriks

$$\begin{pmatrix} k-(m_A+m_B)\omega^2 & -m_B\omega^2 L \\ -\omega^2 & g-\omega^2 L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (11)$$

Solusi persamaan (11) adalah jika determinan matriks persegi di ruas kiri = 0.
Jadi

$$(k-(m_A+m_B)\omega^2)(g-\omega^2 L) - m_B\omega^4 L = 0$$

$$m_A L\omega^4 - (kL+(m_A+m_B)g)\omega^2 + kg = 0$$

$$\boxed{\omega^2 = \frac{kL+(m_A+m_B)g \pm \sqrt{(kL+(m_A+m_B)g)^2 - 4kLm_A g}}{2m_A L}}$$

(1 poin)

Untuk nilai $m_A = 2m_B$ dan $kL = m_A g$, maka $\underline{\omega^2 = 2g/L}$ atau $\underline{\omega^2 = g/2L}$. **(1 poin)**

d. Kasus khusus: jika tidak ada pegas atau $k = 0$ maka

$$\omega^2 = \frac{(m_A+m_B)g \pm (m_A+m_B)g}{2m_A L}$$

Untuk tanda + maka $\boxed{\omega^2 = (m_A+m_B)g/m_A L}$. **(1 poin)**

Pada kasus ini, kedua massa sama-sama berosilasi dengan kecepatan sudut yang sama, namun dengan arah yang berlawanan. Jika m_A bergerak ke kiri maka m_B bergerak ke kanan. **(1 poin)**

Untuk tanda − maka $\boxed{\omega^2 = 0}$. **(1 poin)**

Pada kasus ini kedua massa bergerak lurus beraturan sepanjang sumbu x. **(1 poin)**

e. Kasus khusus: jika k sangat besar $\rightarrow \infty$ maka

$$\omega^2 = \frac{1}{2m_A L}\left[kL+(m_A+m_B)g \pm kL+(m_A+m_B)g\left(1-\frac{4kLm_A g}{(kL+(m_A+m_B)g)^2}\right)^{1/2}\right]$$

$$\omega^2 \approx \frac{1}{2m_A L}\left[kL+(m_A+m_B)g \pm \left(kL+(m_A+m_B)g - \frac{2kLm_A g}{kL+(m_A+m_B)g}\right)\right]$$

Untuk tanda − maka $\boxed{\omega^2 \approx \frac{g}{L+(m_A+m_B)g/k} \approx \frac{g}{L}}$. **(1 poin)**

Pada kasus ini tetapan pegas yang sedemikian besar menyebabkan m_A seperti diam di tempat. Jadi hanya m_B yang dapat bergerak osilasi dengan panjang bandul L sehingga frekuensi sudut m_B adalah $\omega^2 = g/L$. **(1 poin)**

Untuk tanda + maka

$$\omega^2 \approx \frac{kL+(m_A+m_B)g}{m_A L} - \frac{kg}{kL+(m_A+m_B)g} \approx \frac{k}{m_A} + \frac{(m_A+m_B)g}{m_A L} - \frac{g}{L}\left(1 - \frac{(m_A+m_B)g}{kL}\right)$$

$\omega^2 \approx (k/m_A) + (m_B g/m_A L)$. Tetapi karena k sangat besar, maka suku $m_B g/m_A L$ dapat diabaikan sehingga $\boxed{\omega^2 \approx k/m_A}$. **(1 poin)**

Ini adalah kecepatan sudut untuk massa m_A yang terikat pada pegas bertetapan *k*.

(1 poin)

f. Kasus khusus: $m_B = 0$ maka

$$\omega^2 = \frac{kL + m_A g \pm \sqrt{(kL+m_A g)^2 - 4kLm_A g}}{2m_A L} = \frac{kL + m_A g \pm \sqrt{(kL - m_A g)^2}}{2m_A L}$$

$$\omega^2 = \frac{kL + m_A g \pm (kL - m_A g)}{2m_A L}.$$

(1 poin)

Untuk tanda + maka $\boxed{\omega^2 = k/m_A}$. Ini adalah kecepatan sudut untuk m_A. **(1 poin)**

(1 poin)

Untuk tanda − maka $\boxed{\omega^2 = g/L}$. Ini adalah kecepatan sudut untuk ayunan bandul dengan panjang bandul *L*. **(1 poin)**

g. Kasus khusus: $L \to 0$ maka

$$\omega^2 = \frac{1}{2m_A L}\left[kL+(m_A+m_B)g \pm kL+(m_A+m_B)g\left(1 - \frac{4kLm_A g}{(kL+(m_A+m_B)g)^2}\right)^{1/2}\right]$$

$$\omega^2 \approx \frac{1}{2m_A L}\left[kL+(m_A+m_B)g \pm \left(kL+(m_A+m_B)g - \frac{2kLm_A g}{kL+(m_A+m_B)g}\right)\right]$$ **(1 poin)**

Untuk tanda − maka $\boxed{\omega^2 \approx \frac{kg}{kL+(m_A+m_B)g} = \frac{k}{m_A+m_B}}$ untuk limit $L \to 0$. **(2 poin)**

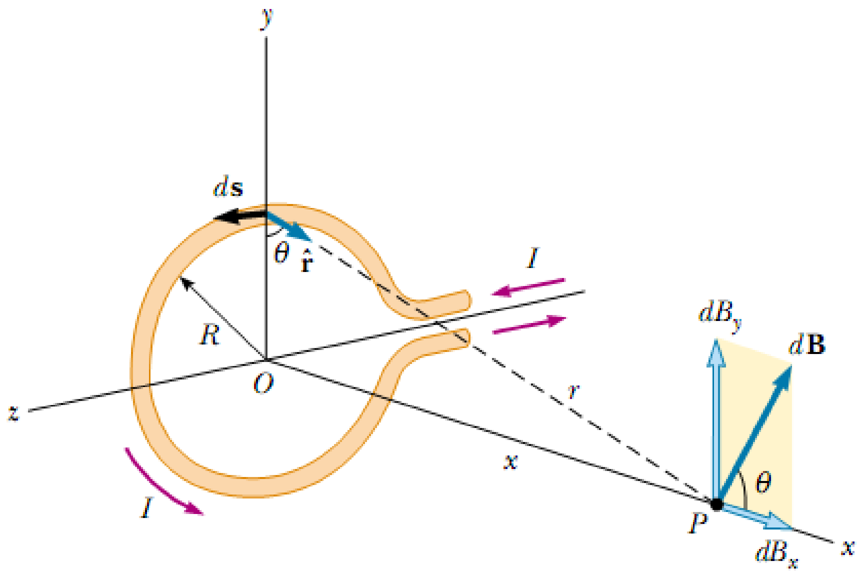
Ini dapat dipahami yaitu ketika batang bandul tidak ada maka m_B akan menempel pada m_A sehingga total massa yang terikat pada pegas k adalah $m_A + m_B$. Jadi kecepatan sudutnya adalah $\omega^2 = k/(m_A + m_B)$. **(1 poin)**

=== Selesai ===

Solusi Fisika Eksperimen

OSN ke XII di Bandung, 2 – 8 September

Bagian 1 **(2 poin)**



a- Besarnya medan magnet $d\mathbf{B}$ di titik P yang disebabkan oleh elemen kawat ber-arus $d\mathbf{s}$ adalah:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o i}{4\pi}\frac{\left|d\vec{s}x\hat{r}\right|}{r^2} = \frac{\mu_o i}{4\pi}\frac{ds}{\left(x^2+R^2\right)} \qquad (1)$$

Arah $d\mathbf{B}$ tegak lurus terhadap bidang yang dibentuk oleh $\hat{r}$ dan $d\mathbf{s}$. Untuk komponen x nya bisa diturunkan dalam bentuk:

$$B_x = \oint dB\cos\theta = \frac{\mu_o i}{4\pi}\oint\frac{ds\cos\theta}{x^2+R^2} \qquad (2)$$

Dengan mengambil $\cos\theta = R/\left(x^2+R^2\right)^{1/2}$ dan batas integral $d\mathbf{s}$ dari 0 sampai $2\pi R$, diperoleh

$$B_x = \frac{\mu_o iR}{4\pi\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}\oint ds = \frac{\mu_o iR^2}{2\left(x^2+R^2\right)^{3/2}} \qquad (3)$$

Untuk N lilitan kawat kumparan, komponen horizontal medan magnetik di titik P adalah

$$B_x = \frac{\mu_o Ni}{2}\frac{R^2}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}} \qquad (4)$$

(0,8 poin)

Dan di x = 0, di pusat kumparan: $$B_0 = \frac{\mu_o Ni}{2R} \qquad (5)$$

b- Medan magnet yang bekerja pada magnet batang silinder pada saat kumparan bekerja dan pusat massa magnet batang berada pada sumbu-X adalah

$B = B_t = B_k + B_H$ (6) **(0,5 poin)**

dimana B_k adalah medan magnet dari kumparan dan B_H medan magnet dari komponen horizontal magnet bumi.

c- Torsi akibat medan luar (terhadap titik pusat massa O dari magnet batang):

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B} \qquad (7)$$

Dari hukum II Newton untuk gerak rotasi:

$$\sum \tau = I\alpha \qquad (8)$$

dengan I adalah momen inersia pusat massa magnet batang.

Jadi

$$mB \sin\theta = I\ddot{\theta} \qquad (9)$$

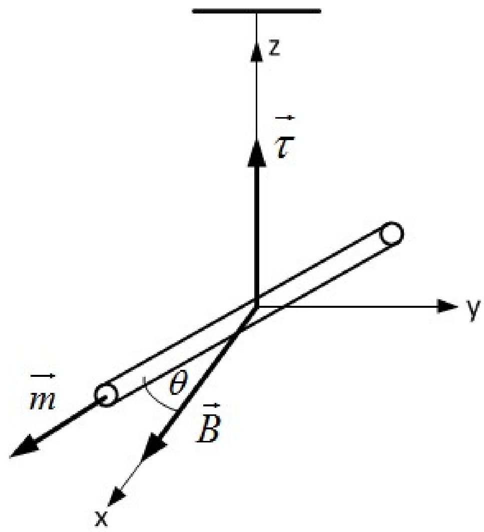
Untuk sudut simpangan kecil, berlaku:

$$\ddot{\theta} + \frac{mB}{I}\theta = 0 \qquad (10)$$

Jadi magnet batang akan berosilasi sederhana dengan

$$\omega = \sqrt{\frac{mB}{I}} \quad \text{atau}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mB}} \qquad (11)$$ **(0,7 poin)**



Bagian 2 **(1,6 poin)**

ℓ (cm)	T untuk 10x ayunan			
	T1 (sec)	T2 (sec)	T3 (sec)	<T>
3	11.72	11.78	11.75	11.750
5	11.74	11.85	11.78	11.790
7	11.78	11.85	11.87	11.833
9	11.91	11.85	11.85	11.870
10	11.96	11.88	11.93	11.923
11	11.9	12.03	11.96	11.963
13	11.91	11.93	12.05	11.963
17	11.97	12	11.91	11.960
23	12	11.93	11.96	11.963
27	11.91	11.97	12	11.960

Kesimpulan:

Setelah panjang tali 10 cm nampak bahwa periode osilasi konstan. Jadi maksimum panjang tali dimana torsi (osilasi) bisa diabaikan adalah $\ell > 10$ cm.

Data (1 poin)

Kesimpulan benar (0,6 poin)

Bagian 3

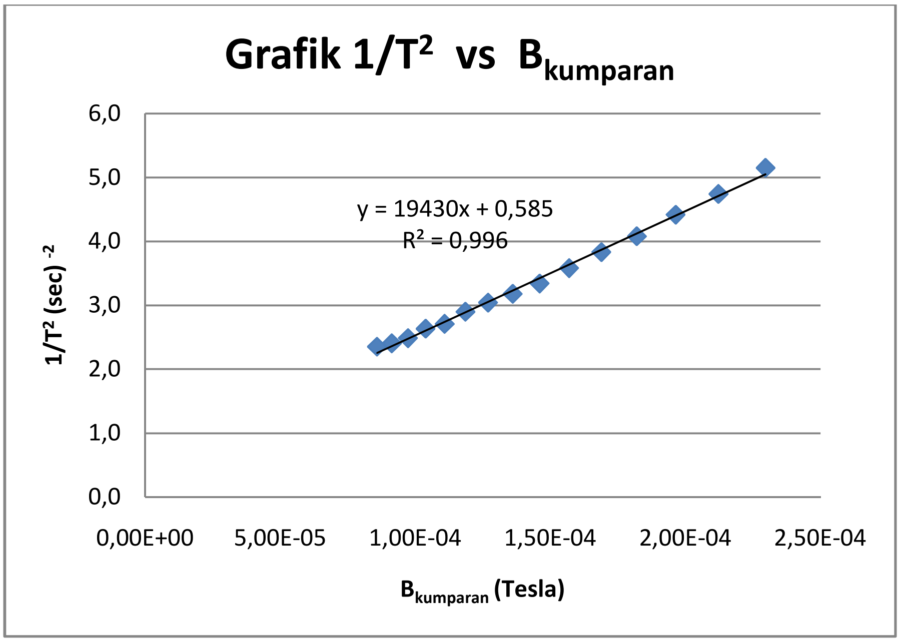
Ketika pusat massa magnet batang berada pada sumbu-X kumparan, posisi pusat massa magnet batang berada pada ketinggian ***h* = (23,5 $\pm$ 1) cm** diatas permukaan meja.

(0,4 poin)

a- Ketika medan magnet dari kumparan dan medan magnet bumi searah

Jarak, x (cm)	Waktu 20x osilasi (detik)				T (detik)	$1/T^2$ $(detik)^{-2}$	Medan Magnetik Kumparan (Tesla)
	T1	T2	T3	<T>			
14	8.78	8.81	8.85	8.81	0.44	5.15	2.30E-04
14.5	9.16	9.22	9.18	9.19	0.46	4.74	2.12E-04
15	9.5	9.59	9.46	9.52	0.48	4.42	1.96E-04
15.5	9.84	9.90	9.97	9.90	0.50	4.08	1.82E-04
16	10.22	10.22	10.22	10.22	0.51	3.83	1.69E-04
16.5	10.53	10.65	10.53	10.57	0.53	3.58	1.57E-04
17	10.94	10.95	10.94	10.94	0.55	3.34	1.46E-04
17.5	11.28	11.16	11.22	11.22	0.56	3.18	1.36E-04
18	11.47	11.50	11.44	11.47	0.57	3.04	1.27E-04
18.5	11.78	11.72	11.75	11.75	0.59	2.90	1.19E-04
19	12.16	12.09	12.22	12.16	0.61	2.71	1.11E-04
19.5	12.31	12.34	12.34	12.33	0.62	2.63	1.04E-04
20	12.71	12.68	12.68	12.69	0.63	2.48	9.74E-05
20.5	12.9	12.91	12.90	12.90	0.65	2.40	9.14E-05
21	13.09	13.01	13.04	13.05	0.65	2.35	8.58E-05

Kurva dari $1/T^2$ vs B_k adalah:



Dari kurva diatas diperoleh: gradient b = 19430 s^{-2} T^{-1} dan
Intercept a = 0.5853 s^{-2}

Dari persamaan (11) diperoleh

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{I}{mB} \quad \text{atau} \quad \frac{1}{T^2} = \frac{m}{4\pi^2 I} B \qquad (12)$$

Jika $\alpha = \dfrac{m}{4\pi^2 I}$ dan substitusikan pers. (6) ke dalam pers. (12) diperoleh:

$$\frac{1}{T^2} = \alpha B = \alpha B_k + \alpha B_H \qquad (13)$$

Persamaan (13) adalah persamaan linier yang menghubungkan antara $1/T^2$ vs B_k. Jadi dari kurva diatas kita dapatkan:

$\alpha = b$ = 19430 $s^{-2}T^{-1}$ dan $\alpha B_H = a$ = 0.5853 s^{-2}

Maka, komponen horizontal medan magnet bumi, B_H = a/b

$$B_H = \frac{a}{b} = \frac{0.5853}{19430} = 3.01235x10^{-5}T \quad \text{atau} \quad B_H = 30\,123\; nT$$

Momen magnetik $m = 4\pi^2 I\alpha = 4\pi^2 \alpha M\left(\dfrac{L^2}{12} + \dfrac{r^2}{4}\right)$ = 0.426

Marking Scheme untuk Nomor 3a (total 10 poin):

Untuk **Data** (3 poin)

1- Parameter data dan satuannya (0,5)
2- Parameter data tanpa satuan (0,2)
3- Jumlah data: > = 10 (1,5)
   7 – 9 (1)
   3 – 6 (0,5)
   < 3 (0)
4- Kecocokan data dengan kunci (1) error 25%
   (0,5) error 50%

Untuk **Grafik** (3 poin)

1- Parameter data dan satuannya (0,5)
2- Titik2 data dan kurva yang tepat (1)
3- Membuat persamaan linearisasi (1,5)

Untuk **Perhitungan** (4 poin)

1- Mendapatkan gradient (1)
2- Mendapatkan intercept (1)
3- Menghitung B_H (1)
4- Menghitung *m* (1)

b- Ketika hanya ada medan magnet Bumi saja

Dalam kondisi ini berlaku hubungan

$$\frac{1}{T^2} = \alpha B = \alpha B_H = \frac{m}{4\pi^2 I} B_H \qquad (14)$$

Untuk 20x osilasi diperoleh data T_{20} (detik) : 26.2; 26.13; 26.17; 26.19; 26.21 **(1 poin)**

Periode rata-ratanya <T> = 1.309 detik. Jadi dengan nilai *T* rata-rata dan nilai *m* yang telah diperoleh diatas, bisa kita hitung nilai B_H sebagai:

$$\begin{aligned} B_H &= 4\pi^2 \frac{I}{mT^2} \\ &= 3{,}0016 \times 10^{-5}\, T \qquad \textbf{(1 poin)} \\ &= 30016\, nT \end{aligned}$$

Marking Scheme nomor 3b:

1-	Jumlah data hingga rata-rata		(1.0)
	Jika data	= 1	(0)
	Jika data	2 – 3	(0,5)
	Jika data	> 3	(1.0)
2-	Hitung $\boldsymbol{B_H}$		(1.0)

c- Ketika Arah medan magnet solenoida berlawan dengan arah medan magnet Bumi

Ketika medan magnet kumparan dan medan magnet bumi saling meniadakan, posisi pusat massa magnet batang dari kumparan berada di:

x (cm) = 31.2; 31.1; 31.0; 30.3; 31.1

jarak rata-ratanya x_o = 30.94 cm **(2 poin)**

jika medan magnet kumparan saling meniadakan terhadap medan magnet bumi, berarti

$$B_H = B_k(x_o) = \frac{\mu_o N i}{2} \frac{R^2}{\left(x_o^2 + R^2\right)^{3/2}} \qquad (15) \qquad \textbf{(1 poin)}$$

Dengan mengganti parameter x menjadi x_o, maka

B_H = 30 029.4 nT **(1 poin)**

Marking Scheme nomor 3c:

1- Jumlah data hingga rata-rata		(1.0)
Jika data	= 1	(0)
Jika data	2 – 3	(1.0)
Jika data	> 3	(2.0)
2- Perumusan $\boldsymbol{B_H} = \boldsymbol{B_k}(x_o)$		(1.0)
3- Hitung $\boldsymbol{B_H}$		(1.0)